

تعیین عوامل اثرگذار بر روی مقاومت غلتشی به روش تحلیلی

**Determining the effective factors on rolling  
resistance by analytical method**

نوع مقاله: تألیفی

مرتضی رشیدی مقدم<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دکتر مرتضی رشیدی مقدم، کرمان، کیلومتر ۲۵ جاده جوپار، گروه صنعتی بارز، نویسنده مسئول (morteza2046@gmail.com)، اداره تحقیقات و توسعه، تلفن: 034-31345000

## چکیده:

مقاومت غلتشی به دلیل تأثیر قابل توجه آن بر روی مصرف سوخت خودروهای سواری و باری، در هسته اصلی اهداف توسعه تیر قرار دارد. مقاومت غلتشی در تیر به عوامل بسیار زیادی وابسته است که در قسمت ترد تیر به علت تغییر شکل‌های ناشی از خمش، فشار و برش بیشترین اتلاف انرژی را دارد. به علت طولانی شدن مدت زمان حل مسئله و ناهمگرایی حل‌های عددی و همچنین درک نامناسب از تأثیر پارامترهای متفاوت بر روی مقاومت غلتشی، از حل‌های تحلیلی استفاده می‌شود. در این مقاله سعی شده است با استفاده از روش تحلیلی تأثیر عوامل مختلفی همچون فشار داخلی، مدول یانگ، بار روی تیر، شعاع بت، عرض ترد، ضخامت ترد، نرخ سطح تماس (CSR) و  $\sin\delta$  بر روی مقاومت غلتشی مورد بررسی قرار بگیرد. همچنین در انتها با استفاده از نرم افزار بهینه سازی کننده Isight Design Gateway مقدار بهینه مقاومت غلتشی تیر در یک تیر باری بدست آمده است.

کلمات کلیدی: تیر، مقاومت غلتشی، روش تحلیلی

## Abstract

Rolling resistance sits at the core of tyre development goals because of its considerable effect on the car's fuel economy. Rolling resistance depends many factors in a tire. The tread of tire have the most contributions in energy loss due to deformations caused by bending, pressure and shearing. Due to the long time of problem solving and the heterogeneity of numerical solutions as well as the inadequate understanding of the effect of different parameters on the rolling resistance, analytical solutions are used. . In this paper, by using the analytical method, the effect of various factors such as internal pressure, Young's modulus, tire load, belt radius, tread width, tread thickness, contact surface rate (csr) and  $\sin\delta$  on rolling resistance are investigated. . Finally, by using the Isight Design Gateway optimizer software, the optimal value of the tire rolling resistance in a TBR tire is obtained.

Key words: Tire, Rolling resistance, Analytical Method

## مقدمه

مقاومت غلتشی<sup>۱</sup> در تایر به عوامل بسیار زیادی وابسته است که از جمله آن می‌توان به مواردی همچون اتلاف انرژی در رابر و استحکام دهنده‌ها (مانند نخ و سیم) به علت تغییر شکل، وجود نیروی اصطکاک بین سطح جاده و سطح بیرونی تایر و مقاومت هوا اشاره کرد. طبق تحقیقات انجام شده عامل اتلاف انرژی در رابر و استحکام دهنده‌ها، تأثیر به مراتب بسیار بیشتری نسبت به موارد دیگر در مقاومت غلتشی دارد و این تأثیر در حدود ۹۰ درصد می‌باشد. همچنین رابرها به علت خاصیت ویسکوالاستیک که دارند سهم بسیار عمده‌ای در مقاومت غلتشی تایر دارا می‌باشند. مقاومت غلتشی قابل پیش‌بینی می‌باشد و روش‌های برای محاسبه این پارامتر پیشنهاد داده شده است که برای مثال این روش‌ها می‌تواند مبتنی بر غیرخطی بودن Tan delta و وابستگی دمایی Tan delta باشد. برای پیش‌بینی مقاومت غلتشی، مدل‌های تحلیلی همچون مدل رینگ الاستیک، مدل رابر ترد و آنالیز المان محدود<sup>۲</sup> اشاره کرد. سهم مقاومت غلتشی بر روی مصرف سوخت به عواملی همچون نوع وسیله نقلیه، نوع سطح جاده و نوع رانندگی اشاره کرد. در نظر داشته باشید که مقاومت غلتشی در زاویه لغزش در حالت پایدار<sup>۳</sup> اندازه‌گیری می‌شود، اگرچه مقاومت غلتشی با یک زاویه لغزش و نرخ لغزش اندازه‌گیری می‌شود و تأثیر مقاومت غلتشی با در نظر گرفتن زاویه لغزش بر روی مصرف سوخت مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین تکنیک‌هایی برای کاهش مقاومت غلتشی با به کارگیری آنالیز المان محدود به همراه بهینه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است [۲۱].

در زمینه تعیین مقاومت غلتشی به علت پیچیدگی این مفهوم، اکثر محققان به سمت استفاده از روش‌های بر پایه المان محدود روی آورده‌اند که مشکل اصلی این روش درک نامناسب از تأثیر پارامترهای متفاوت بر روی مقاومت غلتشی، طولانی شدن مدت زمان حل مسئله و ناهمگرایی می‌باشد [۳-۶]. یک روش تحلیلی برای محاسبه مقدار اتلاف انرژی در یک تایر رادیال در این مقاله پیشنهاد داده شده است. این روش بر مبنای محاسبه تنش‌ها و کرنش‌های ناحیه تماس تایر با جاده بیان شده است تا به این صورت، تأثیر پارامترهای مختلف ساختار تایر و عوامل خارجی بر روی مقاومت غلتشی از دیدگاه تحلیلی مورد ارزیابی قرار بگیرد. همچنین در ادامه با استفاده از نرم افزار بهینه‌سازی کننده Isight Design Gateway مقدار بهینه مقاومت غلتشی تایر در یک تایر باری بدست خواهد آمد.

## تئوری تحلیلی پیش‌بینی مقاومت غلتشی

ناحیه ترد تایر یکی از مهمترین و تأثیرگذارترین پارامتر در مقدار مقاومت غلتشی تایر می‌باشد. این ناحیه تحت تأثیر سه پدیده تنش‌های شامل خمش، برش و فشار می‌گردد. تغییر شکل خمشی در جهت محیطی و

<sup>۱</sup> Rolling Resistance  
<sup>۲</sup> Finite element method  
<sup>۳</sup> Steady state

در لبه‌های ابتدایی و انتهایی تماس تایر با جاده و تغییر شکل فشاری و برشی در ناحیه تماس اتفاق می‌افتد که این سه نوع تغییر شکل در شکل ۱ نشان داده شده است.

در اینجا یک مدل ساده ارائه شده توسط ریان و کرون<sup>۴</sup> [۷] با در نظر گرفتن تغییر شکل‌ها در نواحی فشاری و برشی در حالت جامع‌تر مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا تنش‌های فشاری و ناحیه فشاری مورد بررسی قرار می‌گیرد. در یک تایر که تحت فشار داخلی  $P$  می‌باشد، آن مقدار تنش فشاری در ناحیه تماس، تقریباً با مقدار فشار داخلی برابر است که در شکل ۲ نمایش داده شده است. البته باید توجه داشت که این رابطه با فرض اینکه هیچ گونه پترنی در داخل ترد نمی‌باشد و ترد کاملاً بدون نقش<sup>۵</sup> می‌باشد. تنش فشاری با کسر حجمی<sup>۶</sup> از رابر رابطه عکس دارد و با افزایش کسر حجمی، مقدار تنش فشاری افزایش پیدا می‌کند. در اینجا پارامتری به عنوان نرخ سطح تماس (CSR) تعریف می‌شود که در واقع عکس کسر حجمی می‌باشد و مقداری بین صفر تا یک می‌تواند داشته باشد و  $CSR=1$  نشان دهنده یک ترد بدون نقش می‌باشد، بنابراین رابطه بین تنش فشاری و فشار داخلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_z = \frac{P}{CSR} \quad (1)$$

برای تنش برشی، از آنجایی که بت در داخل تایر به عنوان یک جز غیرقابل انعطاف در برابر ترد از جنس رابر در نظر گرفته می‌شود، در ناحیه تماس تایر با سطح جاده به علت حرکت نسبی ترد نسبت به بت یک کرنش برشی به وجود می‌آید که مقدار این کرنش در مرکز سطح تماس ( $x=0$ ) صفر می‌باشد و با حرکت به سمت لبه‌های سطح تماس به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد (شکل ۳). این تقریب به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\gamma_{xz} = \frac{x}{R_b} \quad (2)$$

که  $x$  فاصله از مرکز سطح تماس،  $R_b$  شعاع بت می‌باشد و ماکزیمم کرنش برشی در  $x=l/2$  اتفاق خواهد افتاد که مقدار آن به صورت زیر است:

$$\gamma_{xz,max} = \frac{l}{2R_b} \quad (3)$$

که  $l$  طول ناحیه تماس است.

با فرض اینکه مقدار تنش‌های نرمال در جهت  $Z$  فقط وجود دارد ( $\sigma_z = \frac{P}{CSR}$ ) و مقدار تنش‌های نرمال در دو جهت  $x$  (جهت طولی<sup>۷</sup>) و جهت  $y$  (جهت جانبی<sup>۸</sup>) صفر در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن روابط مربوط به قانون هوک ( $\tau = G(2\gamma)$ )،  $\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z))$  تانسورهای تنش و کرنش برای ترد به صورت زیر حاصل می‌شود:

<sup>4</sup> Rhyne & Cron

<sup>5</sup> Pattern

<sup>6</sup> Volume Friction

Longitudinal direction <sup>۷</sup>  
Lateral direction <sup>۸</sup>

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & G \frac{x}{R_b} \\ 0 & 0 & 0 \\ G \frac{x}{R_b} & 0 & \frac{-p}{csr} \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{E} & 0 & \frac{x}{2R_b} \\ 0 & \frac{\partial p}{E} & 0 \\ \frac{x}{2R_b} & 0 & \frac{-p}{E * csr} \end{bmatrix} \quad (i,j=x,y,z) \quad (2)$$

که E مدول یانگ، G مدول برشی و  $\nu$  نسبت پواسون می باشد. مقدار انرژی کرنشی هدر رفته بر واحد حجم ترد در یک سیکل از رابطه زیر بدست می آید:

$$E_{loss} = \int_0^{2\pi} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \int_0^{2\pi/\omega} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dt \quad (3)$$

مقدار تنش ها و کرنش های در داخل تایر به صورت سینوسی  $\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta)$  و  $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$  در نظر گرفته می شود که  $\sigma_0$  و  $\varepsilon_0$  نصف حداکثر تنش و کرنش می باشد و  $\delta$  نشان دهنده اختلاف فاز بین تنش و کرنش می باشد. بنابراین کرنش ها و تنش های در معادله (2) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\sigma_{zz} = \left( \frac{-p}{2csr} \right) \sin(\omega t + \delta), \quad \sigma_{xz} = \left( \frac{Gl}{2R_b} \right) \sin(\omega t + \delta), \quad (4)$$

$$\varepsilon_{zz} = \left( \frac{-p}{2E * csr} \right) \sin(\omega t), \quad \varepsilon_{xz} = \left( \frac{l}{4R_b} \right) \sin(\omega t),$$

با جانشین کردن مقادیر معادله (4) در معادله (3) رابطه زیر خواهد آمد:

$$E_{loss} = \int_0^{2\pi/\omega} \sigma_{zz} \dot{\varepsilon}_{zz} dt + 2 \int_0^{2\pi/\omega} \sigma_{xz} \dot{\varepsilon}_{xz} dt = \pi \left( \frac{p^2}{4E * csr^2} + \frac{Gl^2}{4R_b^2} \right) \sin(\delta) \quad (5)$$

حجم ترد در تماس با سطح جاده از فرمول زیر بدست می آید:

$$Vol = 2\pi R_b b h \cdot csr \quad (6)$$

که  $b$  عرض ترد و  $h$  ضخامت ترد می باشد. اگر ناحیه تماس فرض شود که به صورت مستطیلی می باشد، رابطه بین فشار داخلی، طول تماس، عرض ترد و نیروی تایر<sup>9</sup> ( $F_z$ ) در رابطه زیر آورده شده است.

$$l = \frac{F_z}{pb} \quad (7)$$

با جانشین کردن دو معادله آخر مربوط به طول تماس و حجم رابر در سطح تماس در معادله (5)، مقدار نیروی مقاومت غلتشی ( $F_R$ ) به صورت زیر حاصل می شود:

$$F_R = \frac{E_{loss} Vol}{2\pi R_b} = \pi \left( \frac{p^2 b}{4E \cdot csr} + \frac{GF_z^2 \cdot csr}{4p^2 R_b^2 b} \right) h \cdot \sin \delta \quad (7)$$

ضریب مقاومت غلتشی تایر ( $RRC$ ) با نرمالیزه کردن معادله بالا نسبت به  $F_z$  و ضرب در 1000 با واحد kg/ton به صورت زیر بدست می آید.

$$RRC = 1000\pi \left( \frac{p^2 b}{4EF_z \cdot csr} + \frac{GF_z \cdot csr}{4p^2 R_b^2 b} \right) h \cdot \sin \delta \quad (8)$$

### بررسی تاثیر عوامل اثرگذار بر روی مقاومت غلتشی

معادله (۸) شامل دو قسمت می‌باشد که قسمت اول که از ضرب تنش فشاری در کرنش فشاری می‌باشد، مربوط به تنش فشاری و قسمت دوم مربوط به تنش برشی می‌باشد. از آنجایی که برای رابرها نسبت پواسون تقریباً  $\nu = 0.5$  در نظر گرفت و با توجه به رابطه بین مدول برشی و مدول یانگ با فرض همگن بودن ماده ( $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ) رابطه (۹) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$RRC = 1000\pi \left( \frac{p^2 b}{4EF_z \cdot csr} + \frac{EF_z \cdot csr}{12p^2 R_b^2 b} \right) h \cdot \sin \delta \quad (9)$$

معادله (۹) نشان می‌دهد که ضریب مقاومت غلتشی رابطه مستقیم با ضخامت ترد و  $\sin \delta$  دارد و افزایش این پارامترها، باعث افزایش مقاومت غلتشی خواهد شد.  $\sin \delta$  دقیقاً نشان دهنده یک پارامتر مرتبط با مقاومت غلتشی می‌باشد و ضخامت ترد ( $h$ ) نیز با افزایش آن، حجم رابر افزایش پیدا می‌کند و باعث افزایش اتلاف انرژی می‌شود. همچنین با افزایش شعاع بت، مقدار ضریب مقاومت غلتشی کاهش پیدا می‌کند، بنابراین به صورت کلی، تایرهای باری (TBR) مقاومت غلتشی کمتری در برابر تایرهای سواری (PCR) دارد. همچنین این معادله نشان می‌دهد که تاثیر فشار داخلی، عرض ترد، مدول الاستیسته، نیروی اعمالی بر تایر و CSR بر روی مقاومت غلتشی می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

در شکل ۴ مقدار ضریب مقاومت غلتشی بر حسب فشار داخلی برای تایر 315/80 R22.5 HS850 با مشخصات موجود در جدول ۱ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، افزایش فشار تا یک مقداری باعث کاهش ضریب مقاومت غلتشی می‌شود و از یک مقدار معین، افزایش فشار، باعث افزایش مقاومت غلتشی خواهد شد. اگر به معادله ضریب مقاومت غلتشی (۶)، از دیدگاه قسمت اول شامل تنش فشاری و قسمت دوم تنش برشی نگاه شود، ملاحظه می‌شود که مقدار مربوط به تنش فشاری در معادله ضریب مقاومت غلتشی با فشار داخلی رابطه مستقیم توان دوم دارد که با افزایش فشار افزایش پیدا می‌کند، ولی تنش برشی رابطه عکس دارد که با افزایش فشار کاهش پیدا می‌کند.

نکته بعدی مربوط به اثر مدول الاستیسته بر ناحیه حداقل ضریب مقاومت غلتشی بر حسب فشار می‌باشد که این امر را در شکل ۵ نشان داده شده است که با افزایش مدول الاستیسته مقدار حداقل مقاومت غلتشی تغییر نمی‌کند ولی با کاهش مدول الاستیسته، در فشار داخلی کمتری، مقاومت غلتشی به حداقل

مقدار خود خواهد رسید. اما در فشار استاندارد تایر مورد نظر ( $P=0.9\text{ MPa}$ ) با افزایش مدول الاستیسته (سفت تر شدن تایر) مقدار مقاومت غلتشی کاهش پیدا می‌کند و چون تایر به سمت سخت تر شدن می‌رود، اتلاف انرژی آن کاهش پیدا می‌کند.

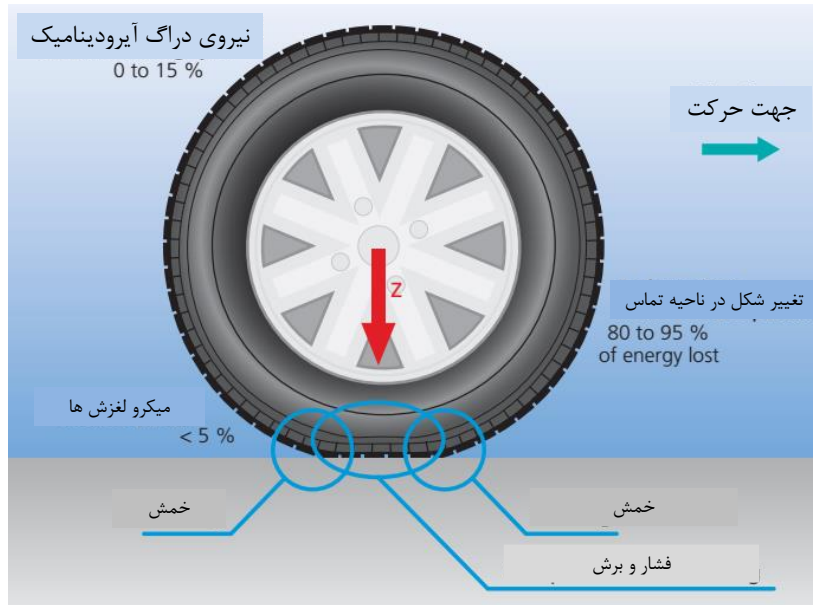
در شکل ۶ اثر CSR بر روی مقاومت غلتشی بر حسب فشار داخلی نشان داده شده است. پارامتر CSR بر روی محل حداقل مقاومت غلتشی تاثیر زیادی ندارد، اما در فشار استاندارد تایر مورد نظر ( $P=0.9\text{ MPa}$ ) با افزایش CSR، چون توزیع تنش یکنواخت تر شود، مقدار مقاومت غلتشی کاهش پیدا می‌کند. همچنین در شکل ۷ اثر بار روی تایر بر روی مقاومت غلتشی مورد بحث قرار گرفته است که در فشار استاندارد تایر مورد نظر ( $P=0.9\text{ MPa}$ ) با افزایش نیروی وارد بر تایر، مقدار مقاومت غلتشی به علت کاهش تغییر شکل کاهش پیدا می‌کند.

همچنین در ادامه با استفاده از نرم افزار Isight Design Gateway با در نظر گرفتن پارامترهای ورودی فشار داخلی، مدول یانگ، بار روی تایر، شعاع بلت، عرض ترد، ضخامت ترد، نرخ سطح تماس (CSR) و  $\sin\delta$  به عنوان ورودی نرم افزار، و در نظر گرفتن محدوده برای این ورودی ها (جدول ۲) مقدار مقاومت غلتشی بر اساس فرمول شماره (۹) با استفاده از تکنیک بهینه سازی Hook-Jeeves طبق شکل شماره ۷،  $RRC=3.65$  بدست خواهد آمد که این مقدار در  $P_{\min}$ ،  $E_{\max}$ ،  $b_{\min}$ ،  $CSR_{\max}$ ،  $F_{\max}$ ،  $b_{\min}$ ،  $Rb_{\max}$ ،  $\sin\delta$  اتفاق می‌افتد.

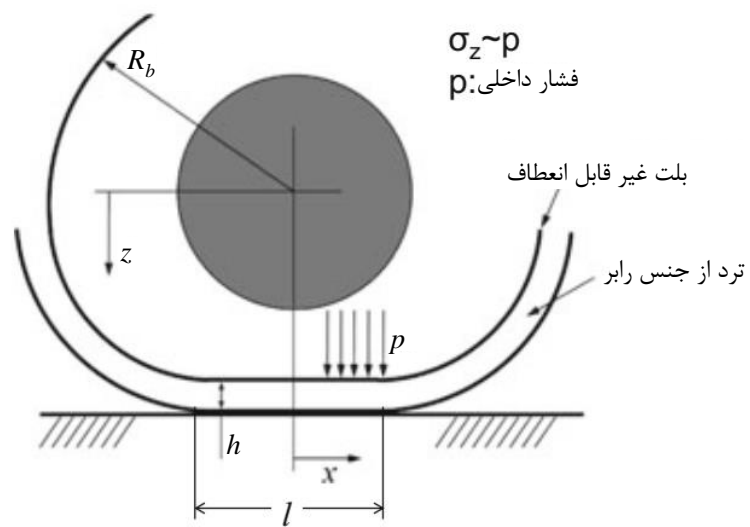
## نتیجه گیری و جمع بندی

در این مقاله از یک روش تحلیلی به بررسی تاثیر عوامل مختلفی همچون فشار داخلی، مدول یانگ، بار روی تایر، شعاع بلت، عرض ترد، ضخامت ترد، نرخ سطح تماس (CSR) و  $\sin\delta$  بر روی مقاومت غلتشی پرداخته شد و نشان داده شد که ضریب مقاومت غلتشی رابطه مستقیم با ضخامت ترد و  $\sin\delta$  دارد و افزایش این پارامترها، باعث افزایش مقاومت غلتشی خواهد شد و با افزایش شعاع بلت، مقدار ضریب مقاومت غلتشی کاهش پیدا می‌کند. همچنین بر طبق این معادله تاثیر فشار داخلی، عرض ترد، مدول الاستیسته، نیروی اعمالی بر تایر و CSR بر روی مقاومت غلتشی می‌تواند مثبت یا منفی باشد که بستگی به مقدار فشار داخلی تایر دارد. همچنین در انتها با استفاده از نرم افزار بهینه سازی کننده Isight Design Gateway مقدار بهینه مقاومت غلتشی تایر در یک تایر باری بدست آمده است.

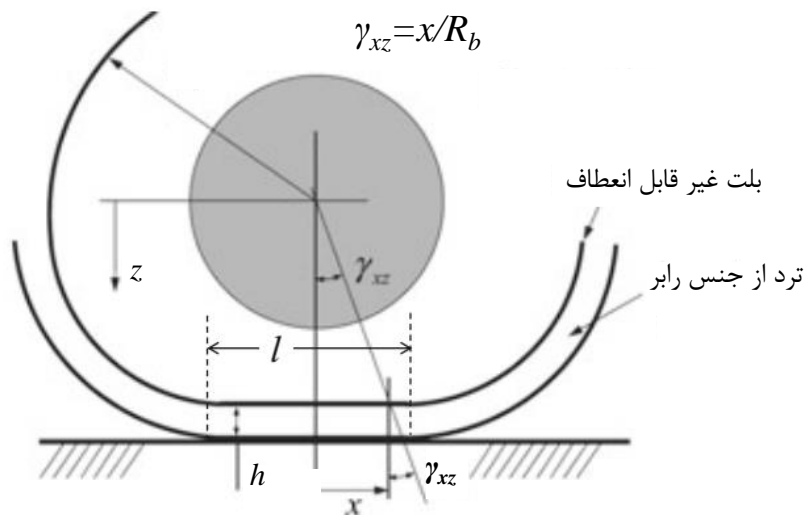
## شکل‌ها و جدول‌ها



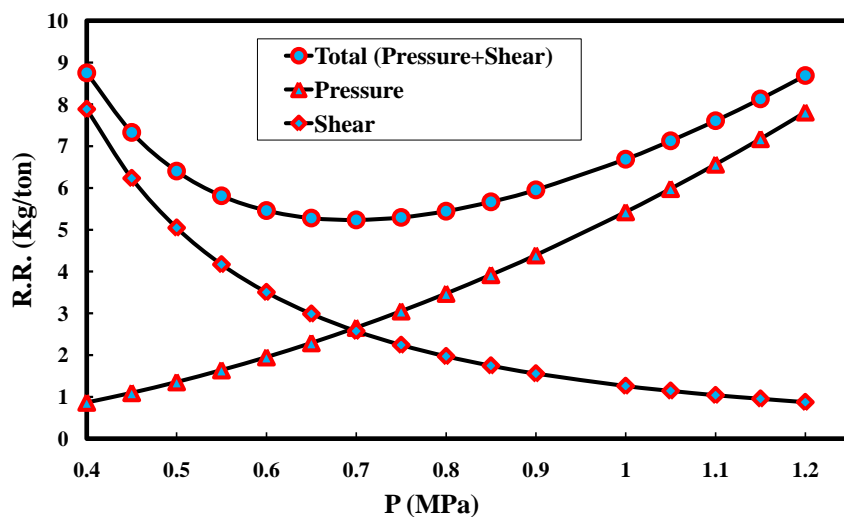
شکل ۱. محل تغییر شکل‌های خمشی، فشاری و برشی در ناحیه تماس تایر



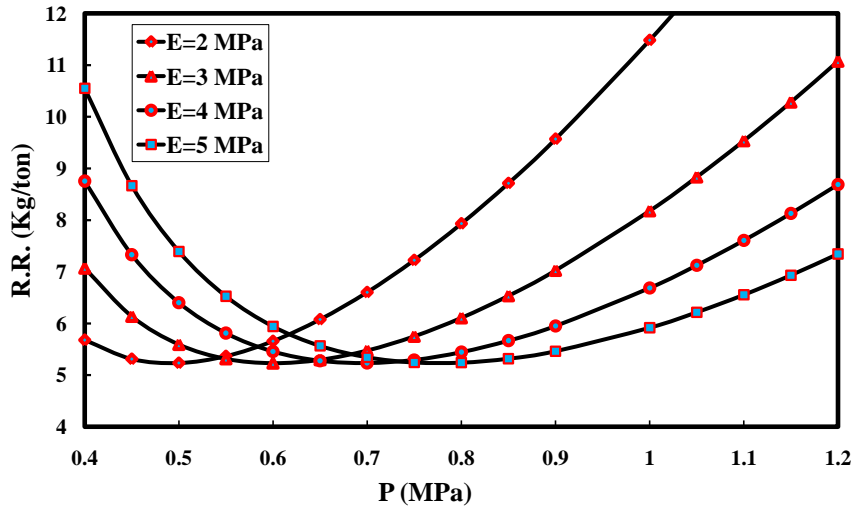
شکل ۲. تنش فشاری در یک مدل دو بعدی تایر



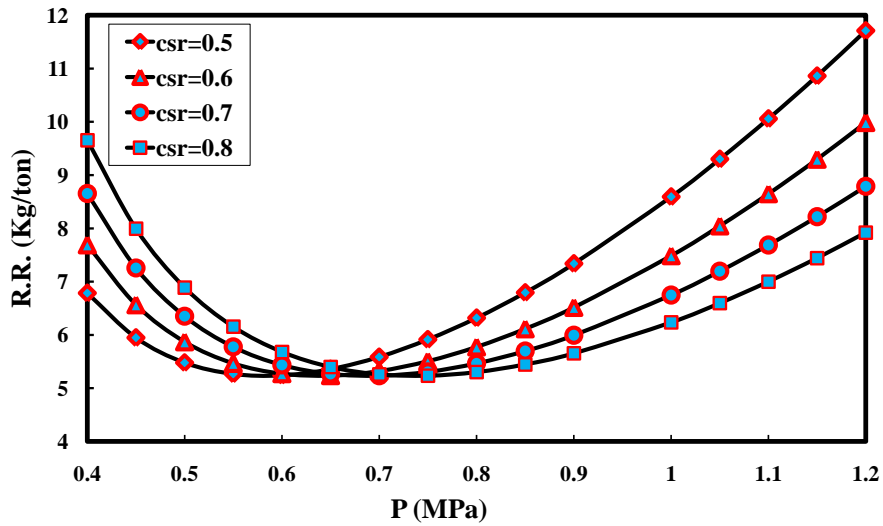
شکل ۳. کرنش برشی در یک مدل دو بعدی تایر



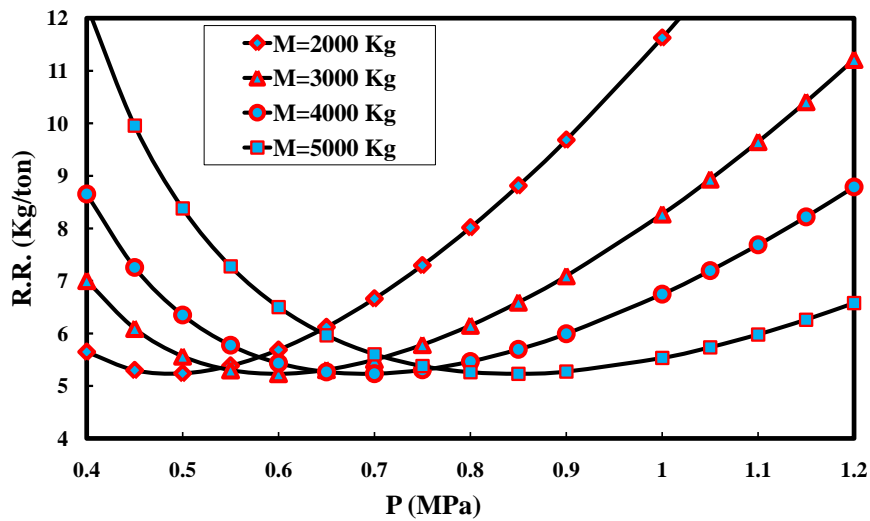
شکل ۴. تغییرات مقاومت غلتشی ناشی از فشار و برش در ناحیه ترد تایر TBR بر حسب فشار داخلی



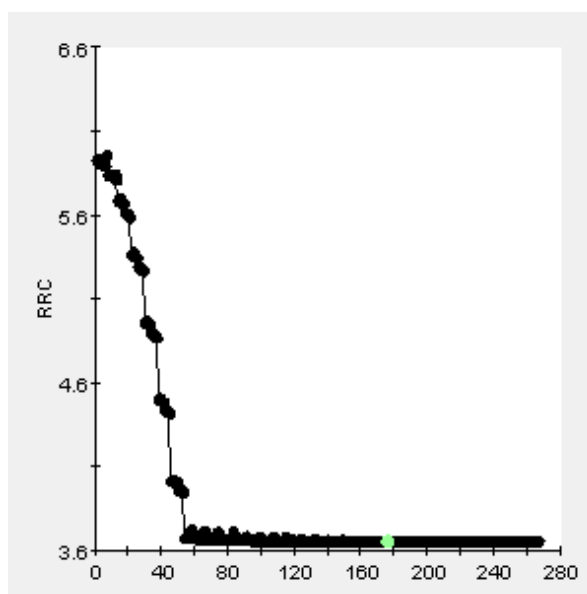
شکل ۵. تغییرات مقاومت غلتشی بر حسب فشار داخلی در مدول الاستیسیته متفاوت در تایر TBR



شکل ۶. تغییرات مقاومت غلتشی بر حسب فشار داخلی در CSR متفاوت در تایر TBR



شکل ۷. تغییرات مقاومت غلتشی بر حسب فشار داخلی در نیروهای متفاوت اعمالی بر تایر TBR



شکل ۸. تغییرات مقاومت غلتشی بر حسب فشار داخلی در نیروهای متفاوت اعمالی بر تایر TBR

جدول ۱. ویژگی های تایر 315/80 R 22.5 HS 850

پارامتر	واحد	مقدار
0.896318449	$P$ (Mpa)	فشار داخلی
4	$E$ (Mpa)	مدول یانگ
39240	$F_z$ (N)	بار روی تایر
520	$R_b$ (mm)	شعاع بلت
0.2	-	$\sin \delta$
256.6	$b$ (mm)	عرض ترد
15	$h$ (mm)	ضخامت ترد
0.71	-	نرخ سطح تماس

جدول ۲. دامنه تغییر ویژگی های تایر 315/80 R 22.5 HS 850

دامنه تغییر پارامتر	واحد	مقدار
0.85-0.95	$P$ (Mpa)	فشار داخلی
3.5-4.5	$E$ (Mpa)	مدول یانگ
24525-39240	$F_z$ (N)	بار روی تایر
500-530	$R_b$ (mm)	شعاع بلت
0.15-0.25	-	$\sin \delta$

240-260	$b$ (mm)	عرض تردد
14-16	$h$ (mm)	ضخامت تردد
0.65-0.75	-	نرخ سطح تماس

منابع

1. H.B. Pacejka, Tyre and Vehicle Dynamics, 2nd ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 2006.
2. Tires and passenger vehicle fuel economy: informing consumers, improving performance, Committee for the National Tire Efficiency Study, Transportation Research Board of the National Academies, 2006, ISBN 0-309-09421-6.
3. Zepeng Wang, Jiana Ke, Liangxiang Ma, Analytical Method of the Rolling Resistance of Radial Tire Base on ANSYS. Key Engineering Materials Vol. 501 (2012) pp 259-262.
4. Golbakhshi, H. and Namjoo, M., "An Efcient Numerical Scheme for Evaluating the Rolling Resistance of a Pneumatic Tire," International Journal of Automotive Engineering, 5(2):1009-1015,2015.
5. Padovan J, Paramadilok O, "Transient and steady state viscoelastic rolling contact," Comput Struct, 20, 545-553, 1984
6. Wei, C., Olatunbosun, O.A., and Behroozi, M., "Simulation of Tyre Rolling Resistance Generated on Uneven Road," International Journal of Vehicle Design, Vol 70(2):113-136, 2016.
7. T.B. Rhyne, S.M. Cron, A study on minimum rolling resistance. Tire Sci. Technol. 40(4),
8. 220–233, 2012.